

GUÍA PARA EXAMEN EXTRAORDINARIO DE MATEMÁTICAS VI ÁREAS I Y II

Temas que contiene la guía:

- Funciones
- Límite de una función
- La derivada
- Aplicaciones de la derivada
- La integral
- Aplicaciones de la integral

1. ¿Qué es la derivada? Enuncie al menos tres interpretaciones distintas de este concepto.
2. ¿Qué es la integral? Enuncie al menos tres interpretaciones distintas de este concepto.
3. Determine dominio, rango, intersecciones con los ejes y función inversa de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{\ln(x + e)}$$

4. Determine dominio, rango, intersecciones con los ejes y función inversa de la siguiente función:

$$g(x) = 1 + \sqrt{2 + 3x}$$

5. Determine dominio, rango y asíntotas de la siguiente función. Grafique:

$$h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4}$$

6. Determine dominio y rango de la siguiente función. Grafique:

$$s(x) = 3 \operatorname{sen} 2x$$

7. Dadas las funciones $f(x) = e^x$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ y $h(x) = \tan x$ determine lo siguiente:

a) $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

c) $(h \circ g)(x)$

b) $(f \cdot g)(x)$

d) $(g \circ f \circ h)(x)$

8. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x + 16}{x^2 - 8}$$

9. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 - 4}{t^3 - 8}$$

10. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{2 + \cos x}$$

11. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx} \right)$$

12. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x^5)$$

13. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{t \rightarrow -2} \frac{t + 2}{t^3 + 8}$$

14. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^3 - x^3}{h}$$

15. Calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + x}{x^3 - x + 2}$$

16. ¿Para qué valor de la constante c la función f es continua sobre $(-\infty, \infty)$?

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x & \text{si } x < 2 \\ x^3 - cx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

17. Encuentre los valores de a y b que hacen a f continua para toda x .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - bx + 3 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

18. Obtenga la derivada indicada:

$$y = \ln(\cosh(3x)), \quad \frac{dy}{dx}$$

19. Obtenga la derivada indicada:

$$y = \frac{x^2 - x + 2}{\sqrt{x}}, \quad \frac{dy}{dx}$$

20. Obtenga la derivada indicada:

$$f(x) = \frac{1}{2 - x}, \quad f^{(7)}(x)$$

21. Obtenga la derivada indicada:

$$y = \ln\left(\frac{x^2 - 4}{2x + 5}\right), \quad \frac{dy}{dx}$$

22. Obtenga la derivada indicada:

$$\cos(xy) = 1 + \sen(y), \quad \frac{dy}{dx}$$

23. Obtenga la derivada indicada:

$$y = \frac{\tan x}{1 + \cos x}, \quad \frac{dy}{dx}$$

24. Obtenga la derivada indicada:

$$f(x) = xe^x, \quad f^{(n)}(x)$$

25. Obtenga la derivada indicada:

$$y + x \cos y = x^2 y, \quad \frac{dy}{dx}$$

26. Si $g(\theta) = \theta \operatorname{sen} \theta$, halle $g''(\pi/6)$

27. Obtenga la derivada indicada:

$$y = (\cos x)^x, \quad \frac{dy}{dx}$$

28. La función coseno hiperbólico se define como

$$\operatorname{cosh}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

¿En qué punto de la curva $y = \operatorname{cosh}(x)$ la tangente tiene pendiente 1?

29. Un bote se jala hacia un muelle mediante una soga unida a la proa y que pasa por una polea que se encuentra instalada en el muelle a 1 m más arriba que la proa del bote. Si la soga se jala a una rapidez de 1 m/s , ¿qué tan rápido se aproxima el bote al muelle cuando se encuentra a 8 m de éste?

30. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva en el punto $(0, 1)$

$$y = \sqrt{1 + 4 \operatorname{sen} x}$$

31. Determine los valores máximos y mínimos de la función $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$

32. Una caja con base cuadrada, abierta en la parte superior, debe tener un volumen de 32000 cm^3 . Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material que ha de utilizarse.

33. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{1}{x^3 - 1} dx$$

34. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^2} dx$$

35. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \operatorname{sen}(\sqrt{at}) dt$$

36. Obtenga el valor de la siguiente integral:

$$\int_1^3 t^3 \ln t dt$$

37. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{1 + x}{1 + x^2} dx$$

38. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \operatorname{sen}^5 x \cos^2 x dx$$

39. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{dx}{ax + b}$$

40. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 2x - 8} dx$$

41. Resuelva la siguiente integral:

$$\int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$$

42. Calcule el área encerrada por las curvas $y = x^2$, $y = 4x - x^2$

43. Calcule el área encerrada por las curvas $y = 12 - x^2$, $y = x^2 - 6$

44. Determine el volumen de un sólido que se obtiene al girar la región bajo la curva $y = \sqrt{x}$ respecto al eje x desde 0 hasta 1.

45. La región encerrada por las curvas $y = x$ y $y = x^2$ gira alrededor del eje x . Calcule el volumen del sólido resultante.